

- Si ha un ciclo limite quando l'andamento delle variabili di stato di un sistema autonomo ($u=0$) è periodico.
- Caratteristiche principali: ampiezza e frequenza.
Es.: orbita di un satellite.
- Ciclo limite stabile: $x(t)$, dopo una piccola perturbazione istantanea, torna sul ciclo limite.
- Ciclo limite instabile: $x(t)$, ..., si allontana.
- I cicli limite si possono avere solo con sistemi non lineari.

ESEMPIO DI C.L. STABILE

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - x_1(x_1^2 + x_2^2 - 1) \\ \dot{x}_2 = -x_1 - x_2(x_1^2 + x_2^2 - 1) \end{cases}$$

Scegliamo una funzione di Lyapunov
definita positiva del tipo:

$$V(x) = x_1^2 + x_2^2$$

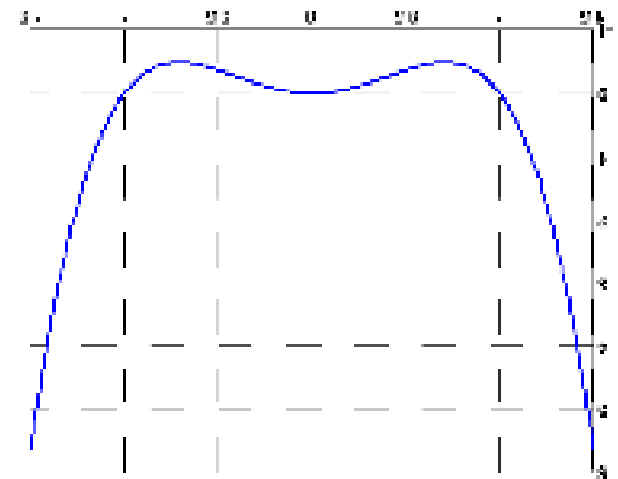
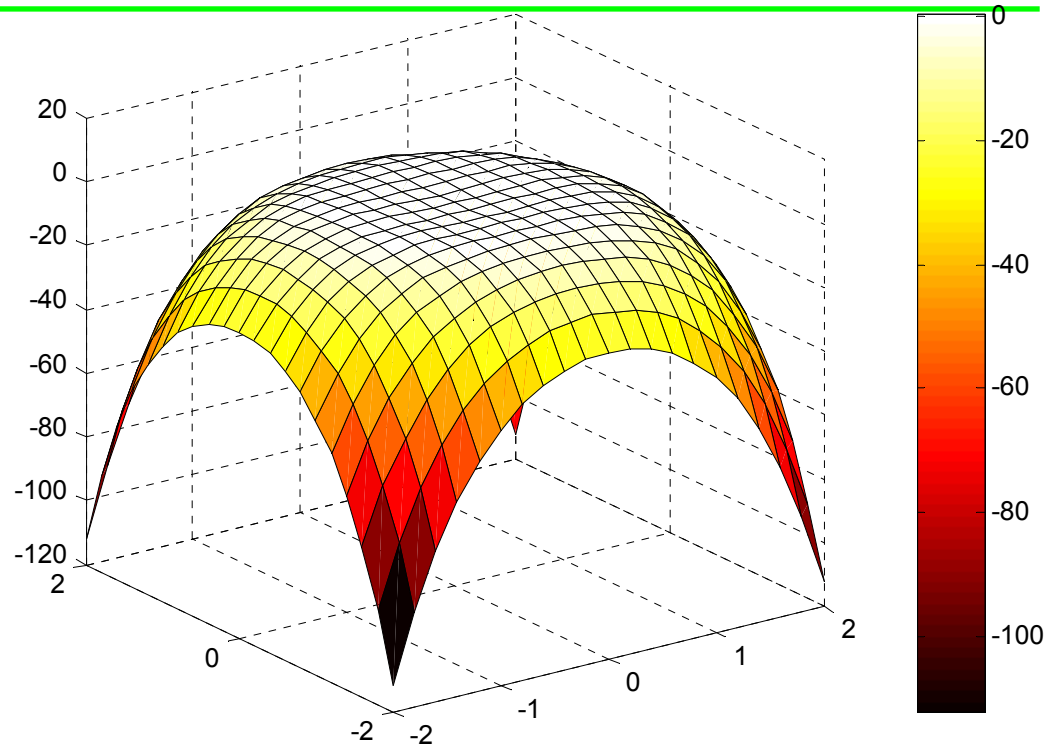
derivata:

$$\dot{V}(x) = 2x_1\dot{x}_1 + 2x_2\dot{x}_2 = -2(x_1^2 + x_2^2 - 1)(x_1^2 + x_2^2) \leq 0?$$

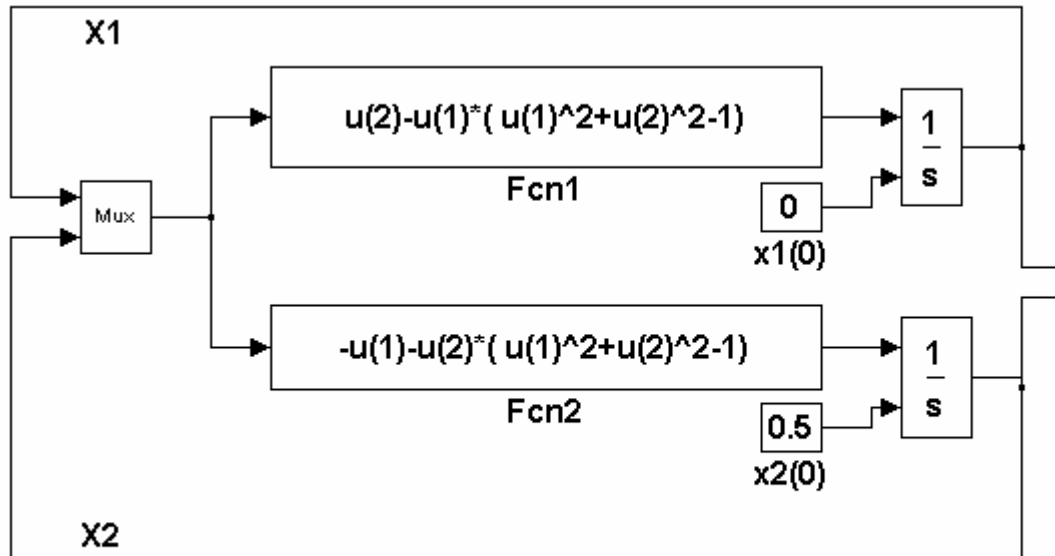
questa si annulla, oltre che nell'origine, anche lungo
la circonferenza

$$x_1^2 + x_2^2 = 1$$

al di fuori è negativa, dentro è positiva, in zero è nulla!

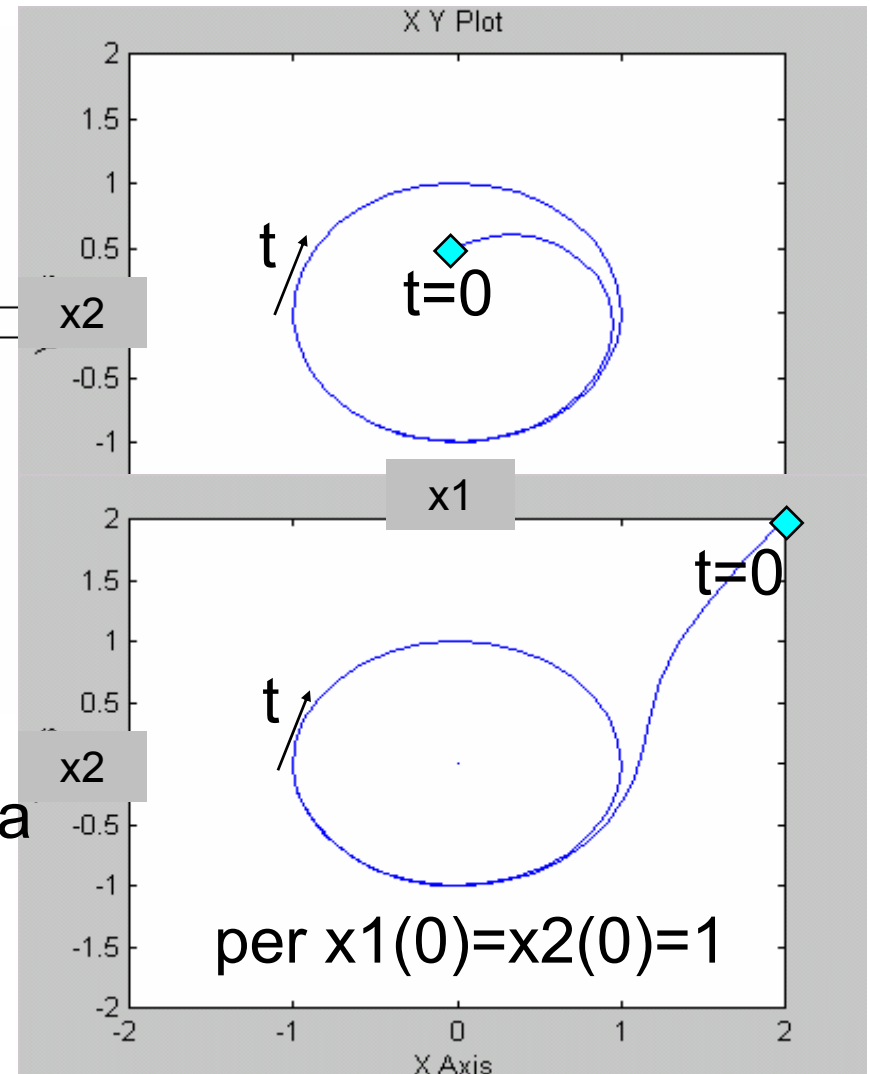


ESEMPIO DI C.L. STABILE



Ciclo limite stabile

n.b.: $x_1^2 + x_2^2 = r^2$ è una circonferenza di raggio r



CICLO LIMITE INSTABILE

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + x_1(x_1^2 + x_2^2 - 1) \\ \dot{x}_2 = -x_1 + x_2(x_1^2 + x_2^2 - 1) \end{cases}$$

Scegliamo una funzione di Lyapunov definita positiva del tipo:

$$V(x) = x_1^2 + x_2^2$$

derivata:

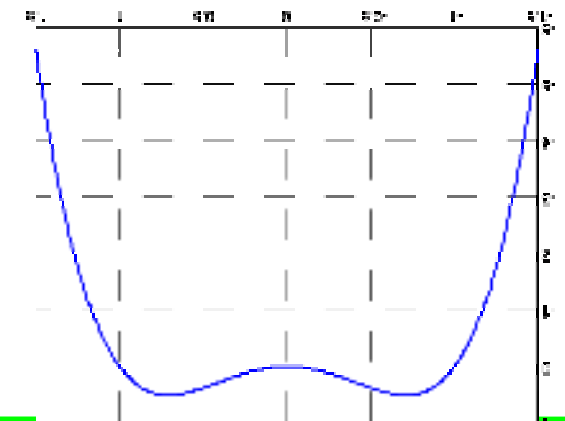
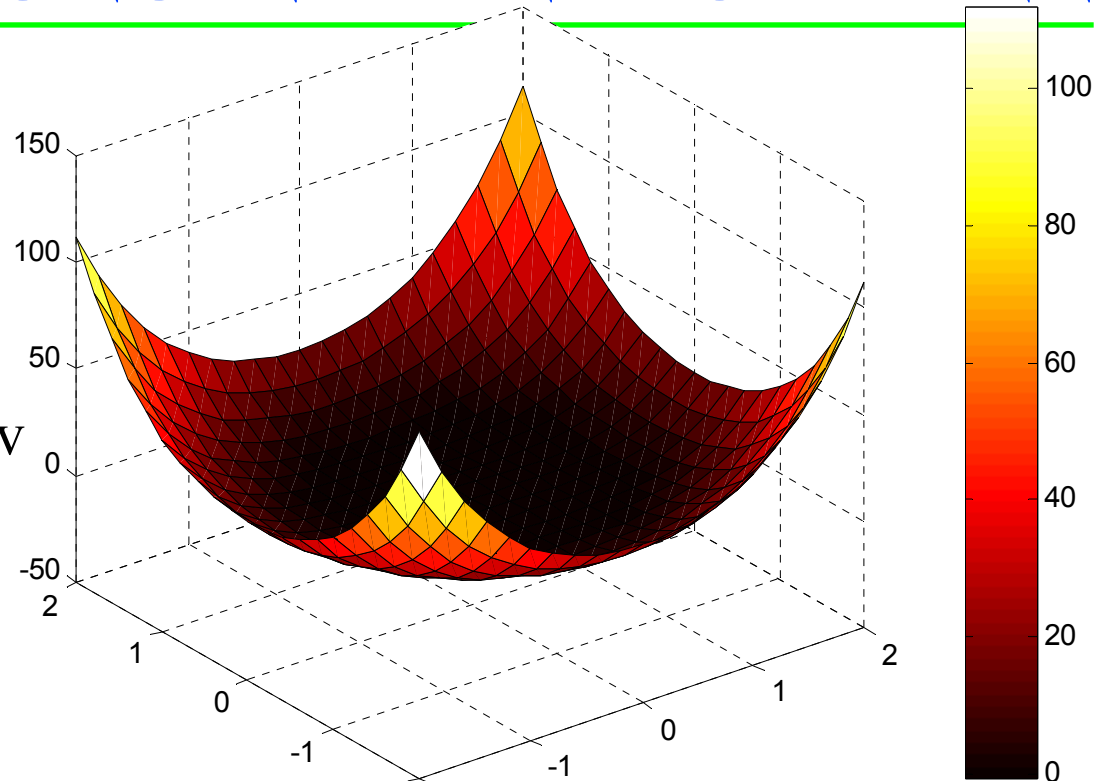
$$\dot{V}(x) = 2x_1\dot{x}_1 + 2x_2\dot{x}_2 = 2(x_1^2 + x_2^2 - 1)(x_1^2 + x_2^2) \leq 0$$

questa si annulla, oltre che nell'origine,

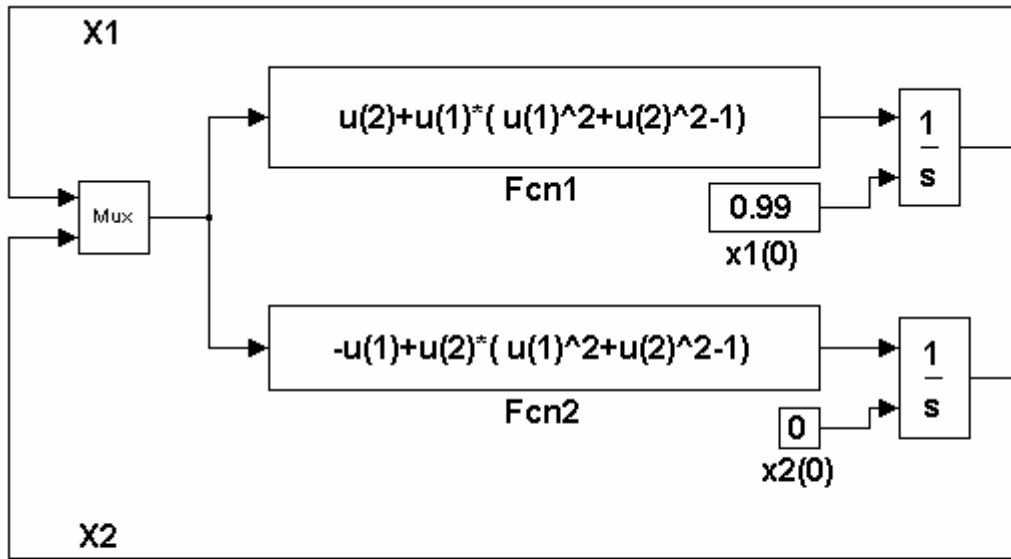
lungo la circonferenza:

$$x_1^2 + x_2^2 = 1$$

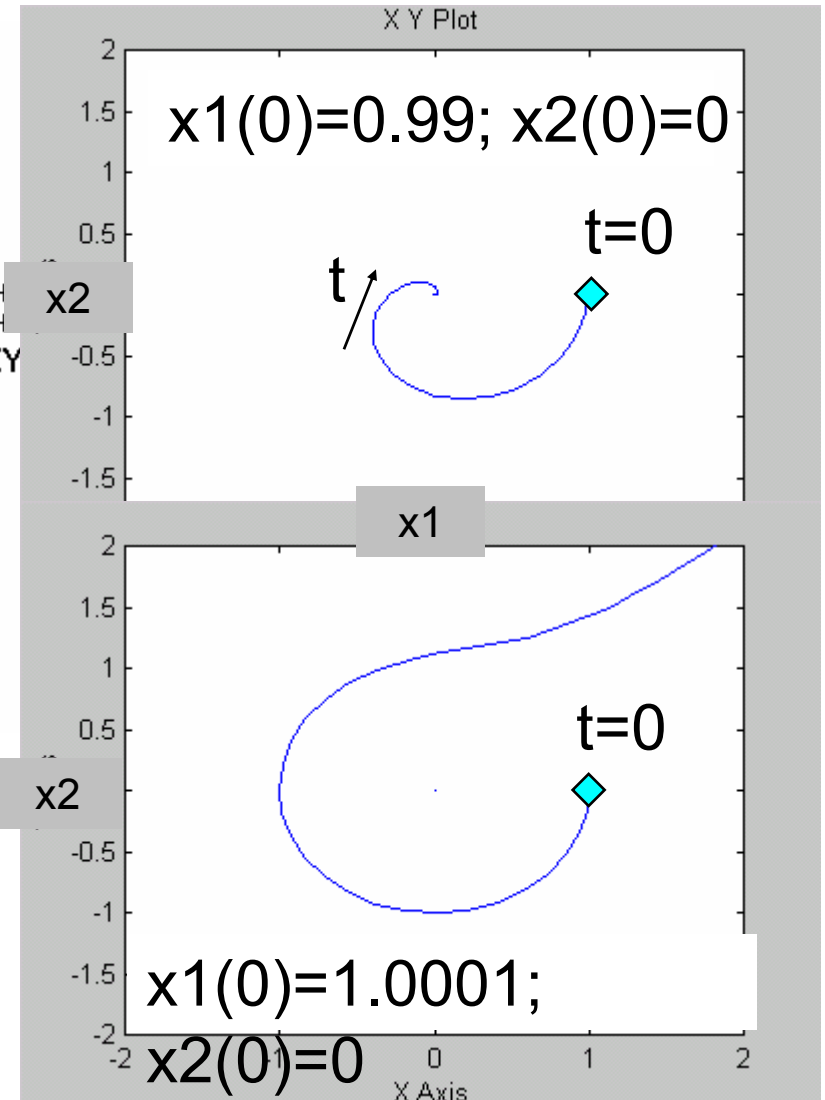
al di fuori è positiva, dentro è negativa, in zero è nulla!



CICLO LIMITE INSTABILE



Ciclo limite instabile



C.L. IN UN SIST. A CONTROREAZIONE

