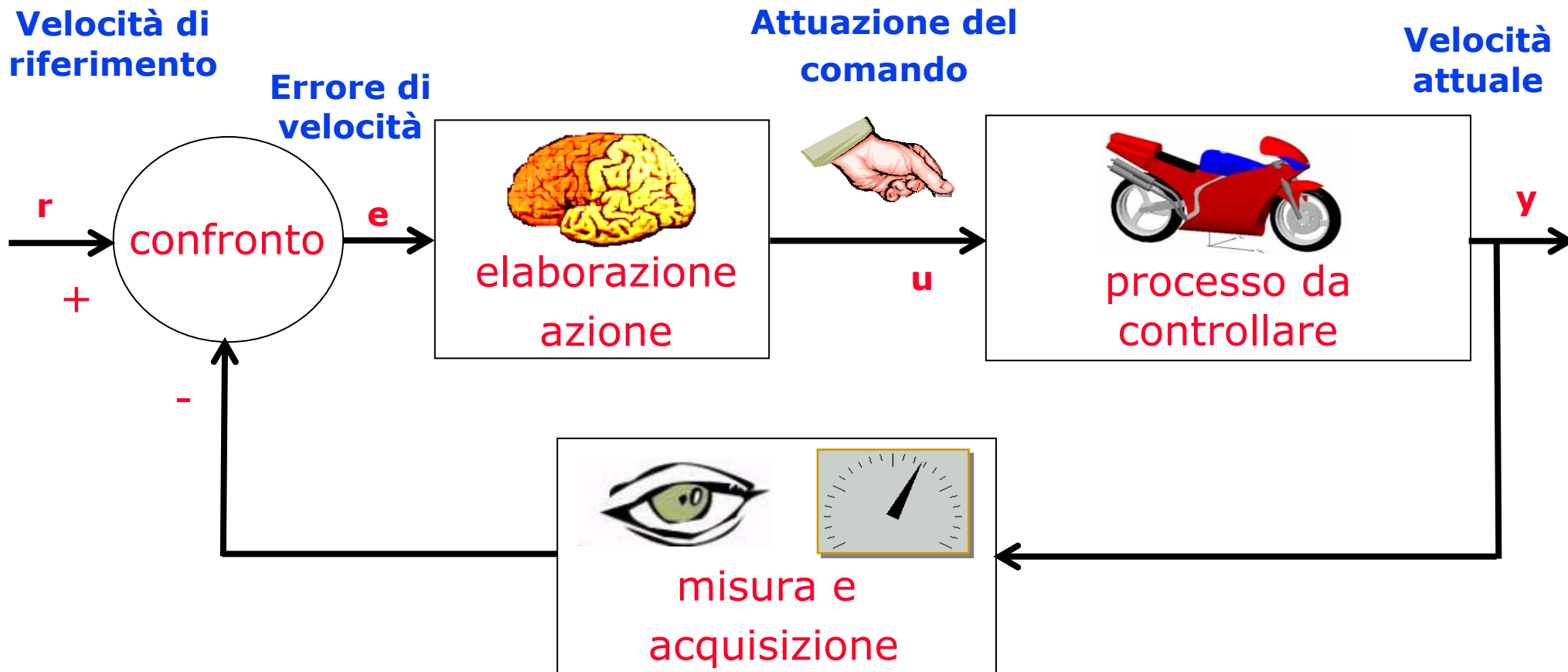


---

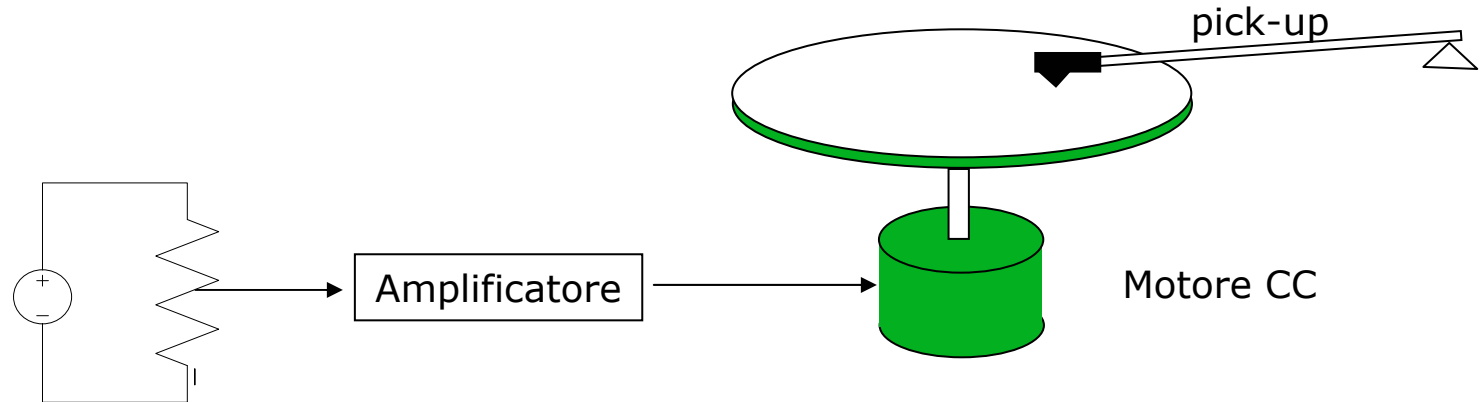
# LA RETROAZIONE

- Catena aperta e catena chiusa
- Regolazione / Asservimento
- Controllo del moto e controllo di processo
- Sensibilità alle variazioni parametriche
- Banda Critica
- Controllo ad alto guadagno
- Influenza sulla Banda Passante
- Sensibilità agli ingressi non manipolabili
- Linearizzazione operata dalla retroazione

Negli schemi di controllo si evidenzia la presenza di un **LOOP**



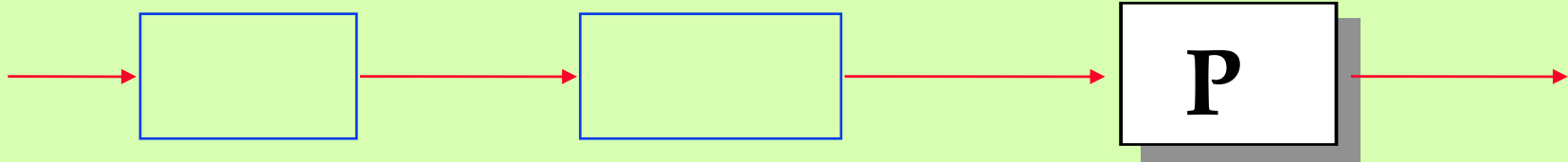
- **Controllo a catena aperta (predittivo)**
- **l'azione di controllo è indipendente dall'uscita**



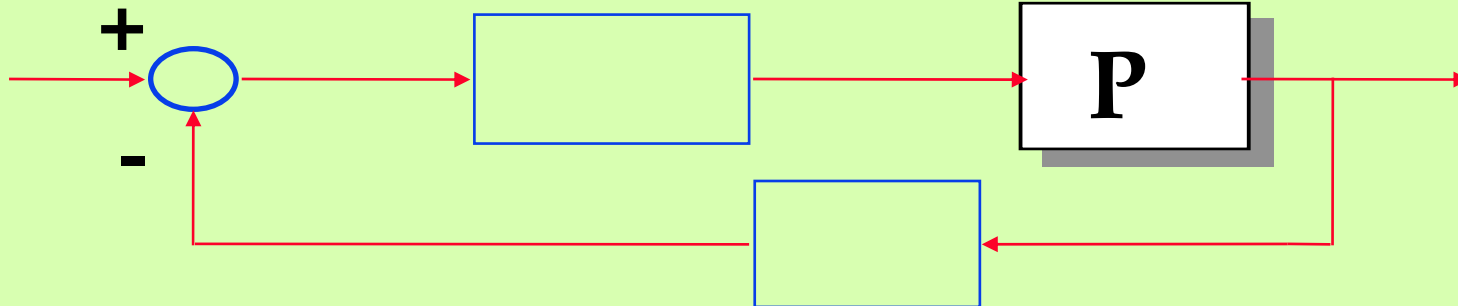
- **Controllo a catena chiusa (esplorativo)**
- **l'azione di controllo dipende dall'uscita**



## Controllo a catena aperta

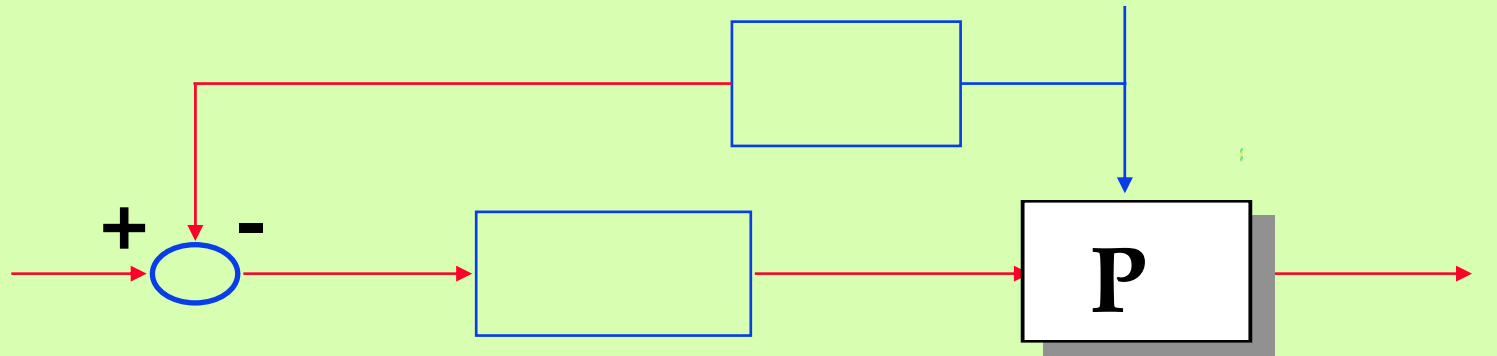


## Controllo a catena chiusa



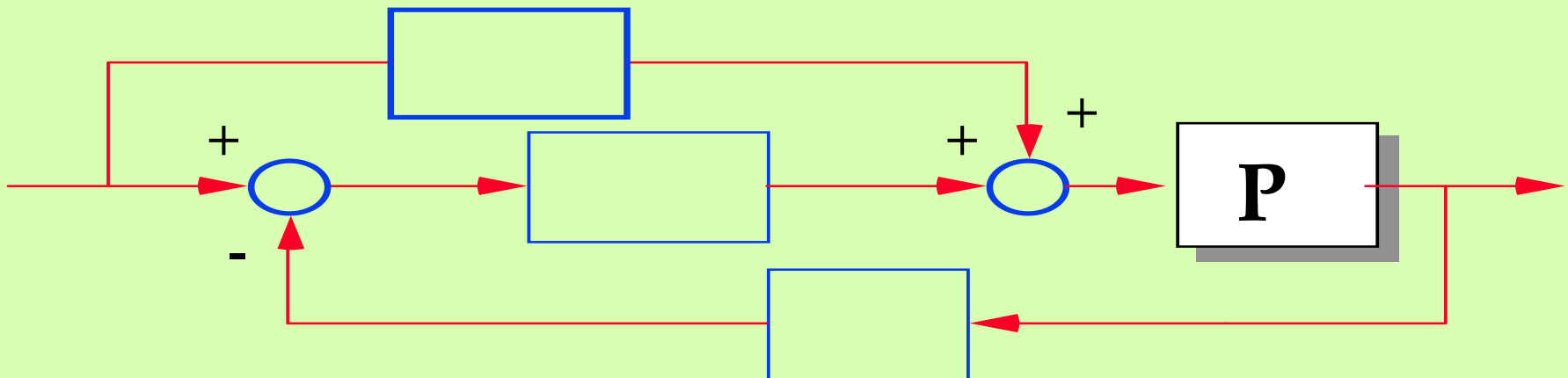
# STRUTTURE DI CONTROLLO E DIAGRAMMI A BLOCCHI

## Compensazione del disturbo



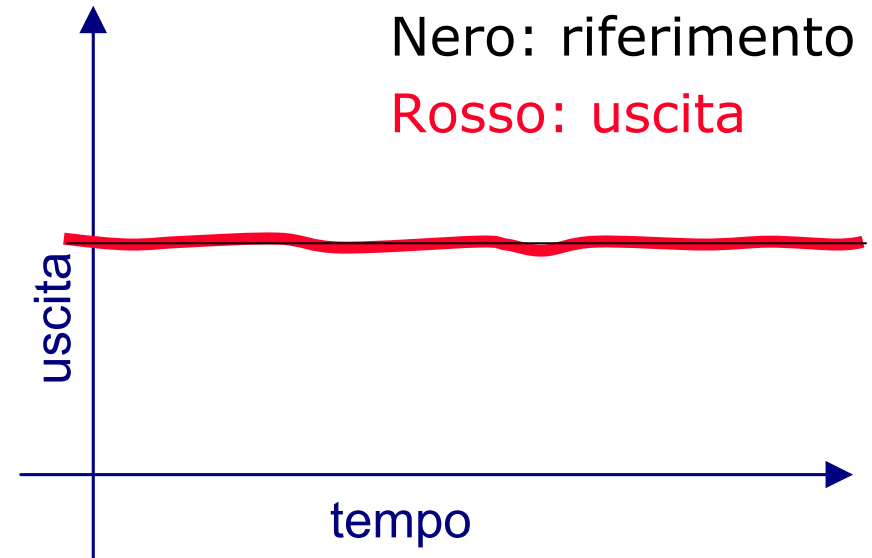
disturbo  
misurabile

## Controllo con feed-forward

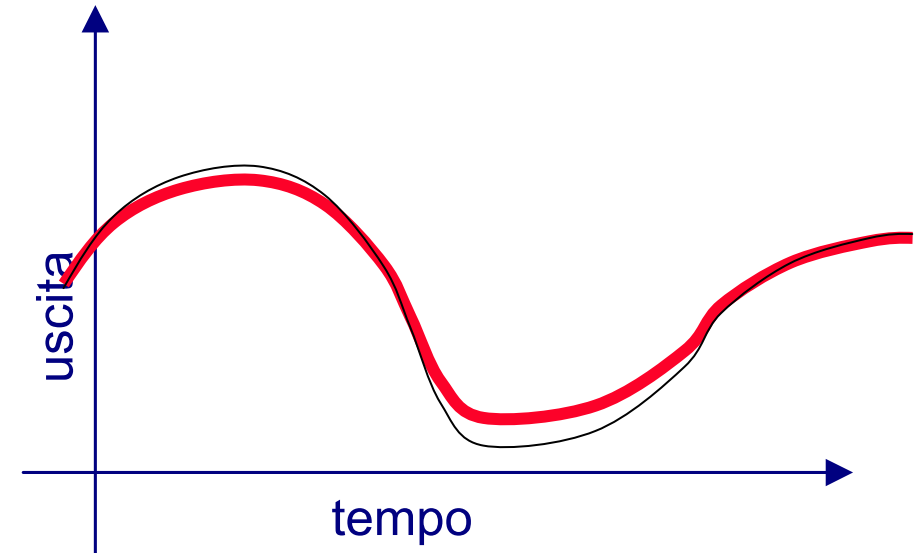


# ANDAMENTO DESIDERATO DELL'USCITA

- **Regolazione**
- l'uscita è mantenuta costante intorno ad un valore predefinito



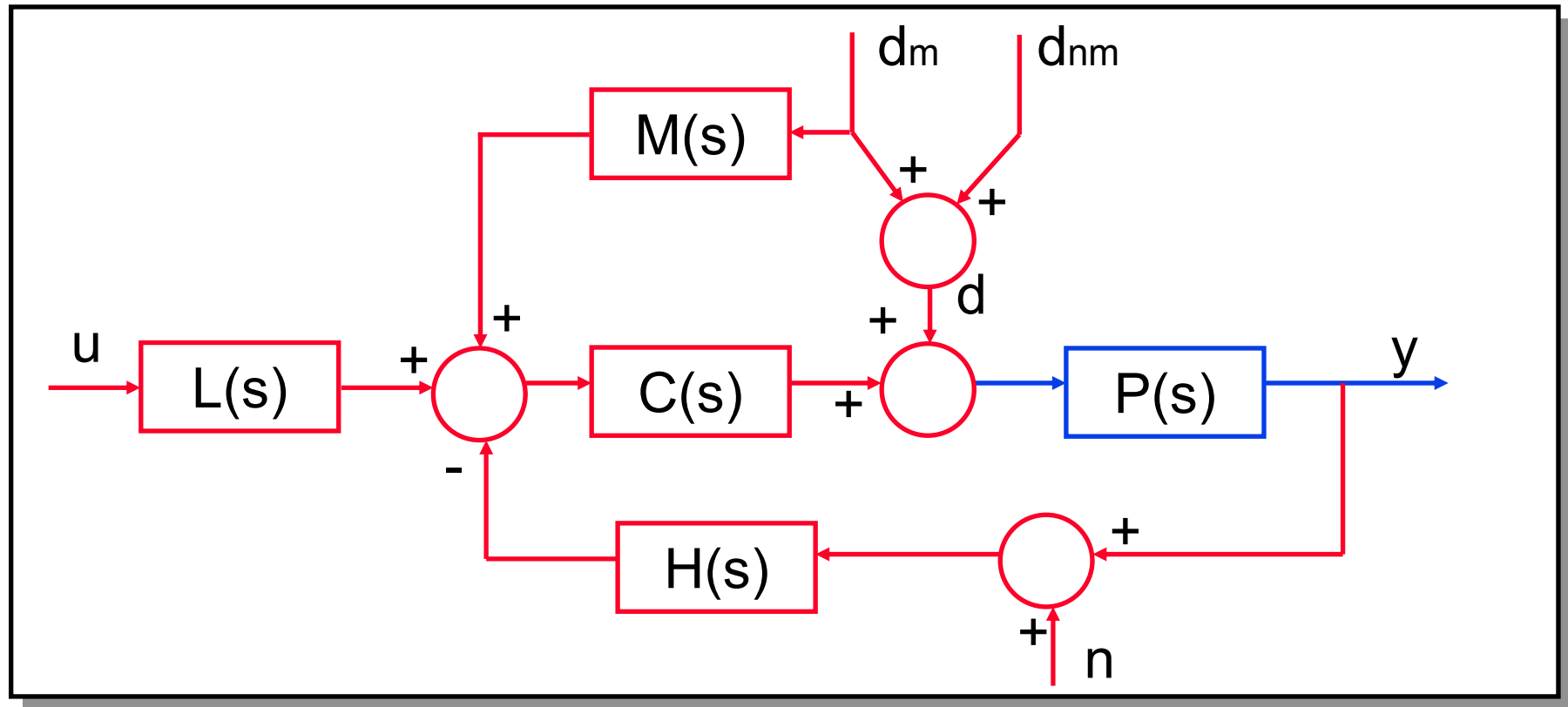
- **Asservimento**
- l'uscita segue l'ingresso il più possibile (inseguimento di traiettoria)



- **Controllo del Moto (Servomeccanismi)**
- La grandezza controllata è una variabile di tipo meccanico (**posizione, velocità**)
  
- **Controllo di Processo**
- La variabile di uscita controllata non è di tipo meccanico ma rappresenta comunque una grandezza fisica (**temperatura, pressione, tensione, corrente, portata, livello, concentrazione**)



# EFFETTI DELLA RETROAZIONE



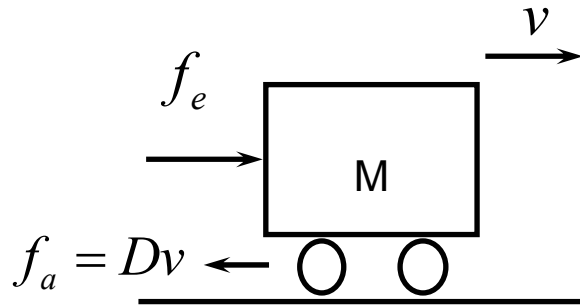
- Si cerca  $y_{des}(t) = K_d u(t)$ , ma quale sarà il **vero legame** tra  $u$  e  $y$  ?
- Come influiranno le **variazioni parametriche** del processo  $P(s)$  ?
- Come si modifica la **larghezza di banda** ?
- Che effetto avranno i **disturbi** ?



- Per valutare l'effetto della retroazione definiamo la Funzione di Sensibilità di **Q** rispetto ad  **$\alpha$**

$$S_{\alpha}^Q \triangleq \frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{d\alpha}{\alpha}} = \frac{\alpha}{Q} \frac{dQ}{d\alpha}$$

- Rappresenta l'influenza del parametro  **$\alpha$**  sulla grandezza **Q**



$$M\dot{v} = f_e(t) - Dv$$

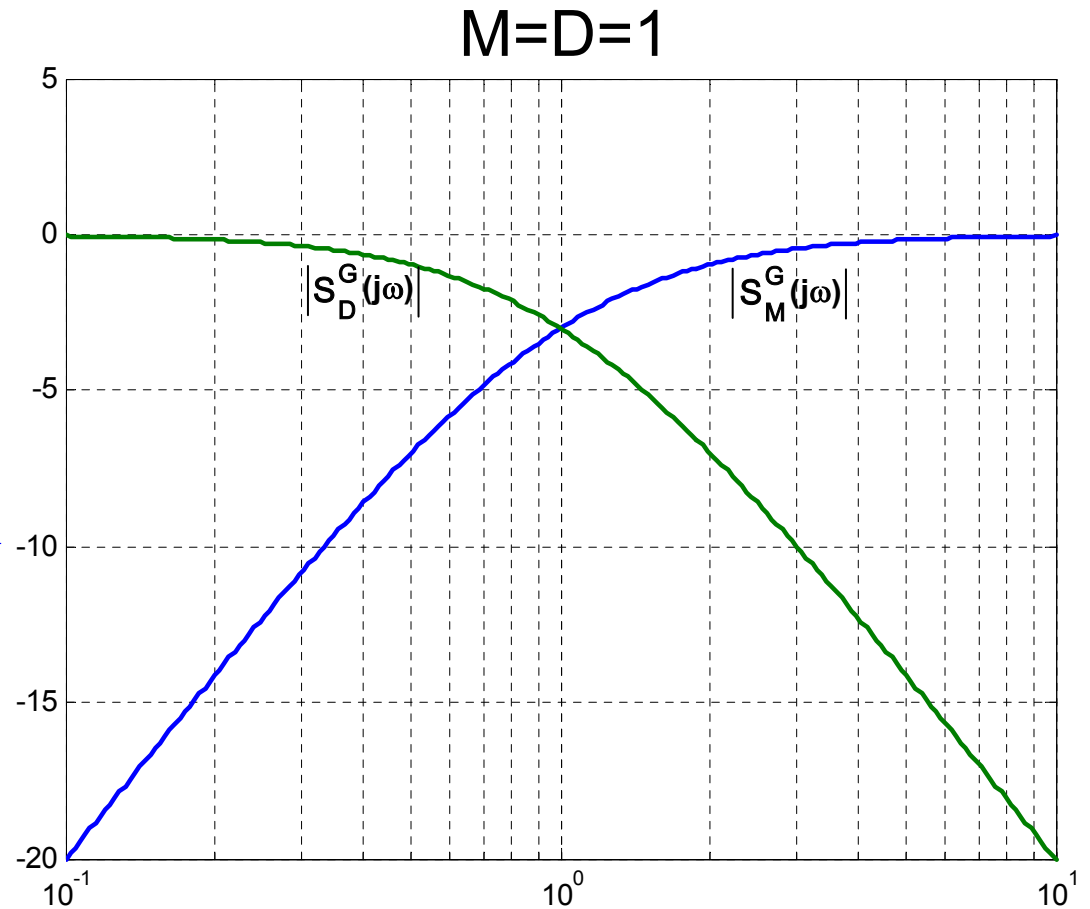
$$V(s) = \frac{1}{Ms + D} \cdot F_e(s) = G(s)F_e(s)$$

Sensibilità di  $G(s)$  rispetto ad  $M$

$$S_M^G = \frac{M}{G(s)} \frac{dG(s)}{dM} = \frac{-sM}{Ms + D}$$

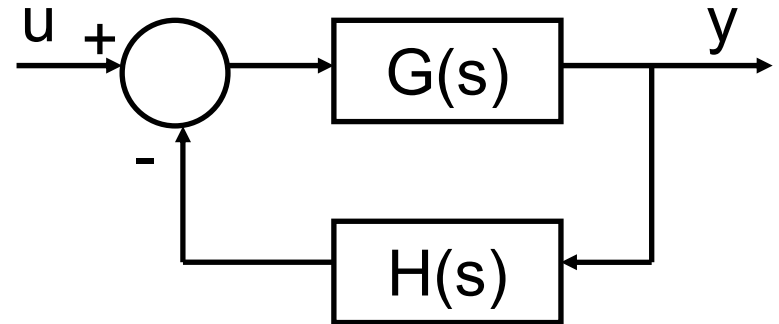
Sensibilità di  $G(s)$  rispetto a  $D$

$$S_D^G = \frac{D}{G(s)} \frac{dG(s)}{dD} = \frac{-D}{Ms + D}$$



# SENSIBILITÀ RISPETTO A VARIAZIONI DI $G(s)$

$$W(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$



Sensibilità di  $W(s)$  rispetto a  $G(s)$  (diretta):

$$S_G^W(s) = \frac{G(s)}{W(s)} \frac{dW(s)}{dG(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

Tende a 0 per guadagni di anello elevati

Sensibilità di  $W(s)$  rispetto ad  $H(s)$  (complementare):

$$S_H^W(s) = \frac{H(s)}{W(s)} \frac{dW(s)}{dH(s)} = -\frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

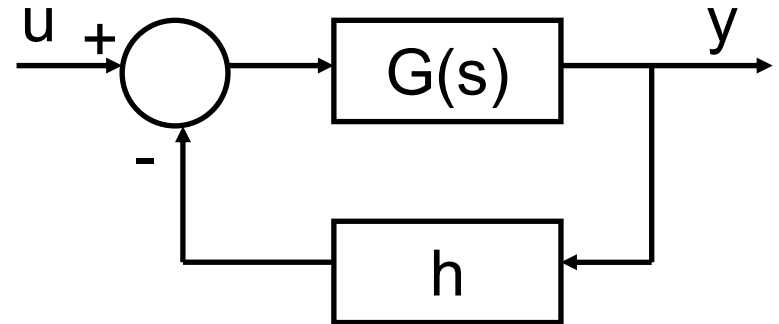
Tende a 1 per guadagni di anello elevati

$S_G^W(s) - S_H^W(s) = 1 \rightarrow$  Impossibile minimizzare entrambe

# CONTROLLO AD ALTO GUADAGNO DI ANELLO

$$W(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)h}$$

$$|W(j\omega)| = \left| \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)h} \right| = \frac{|G(j\omega)|}{|1 + G(j\omega)h|}$$



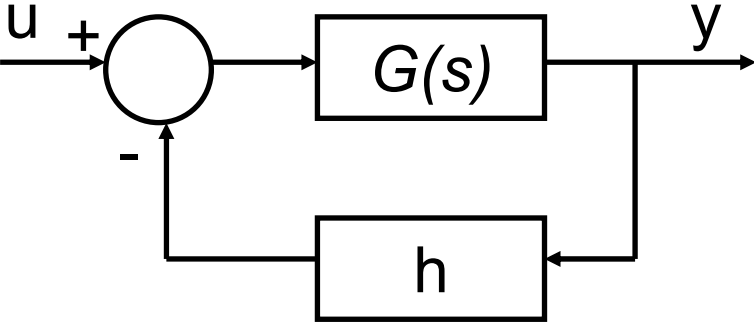
Per valori elevati di  $|G(j\omega)|$ , ammesso che la stabilità venga preservata, abbiamo per la funzione a ciclo chiuso

$$|W(j\omega)| \rightarrow \frac{1}{h}$$

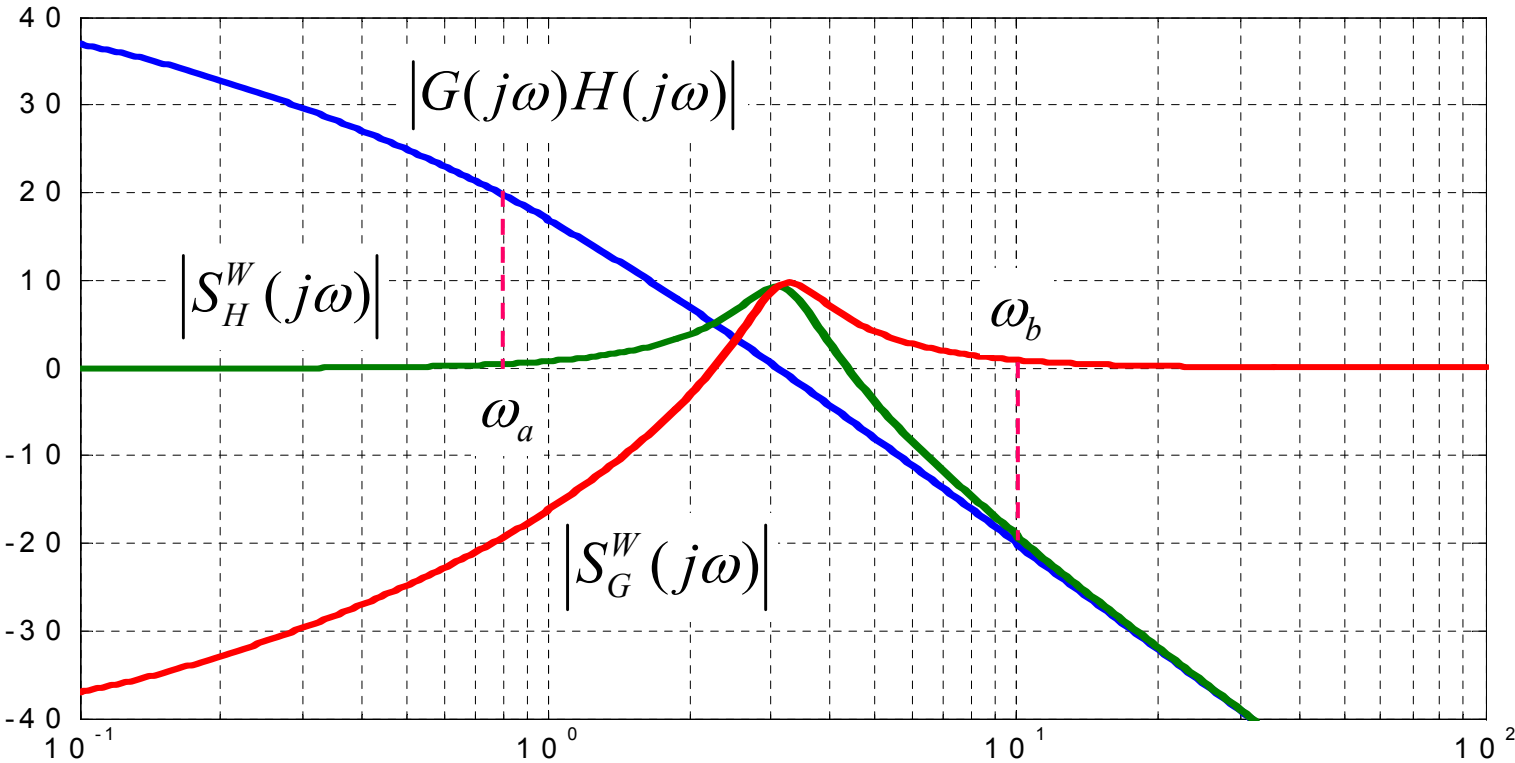
Anche ragionando sul guadagno statico :

$$G(s) = \frac{K_G}{1 + \tau s} \Rightarrow W(s) = \frac{K_G}{1 + \tau s + K_G h}$$

$$K_W = \frac{K_G}{1 + K_G h} \Rightarrow \lim_{K_G \rightarrow \infty} K_W = \frac{1}{h}$$



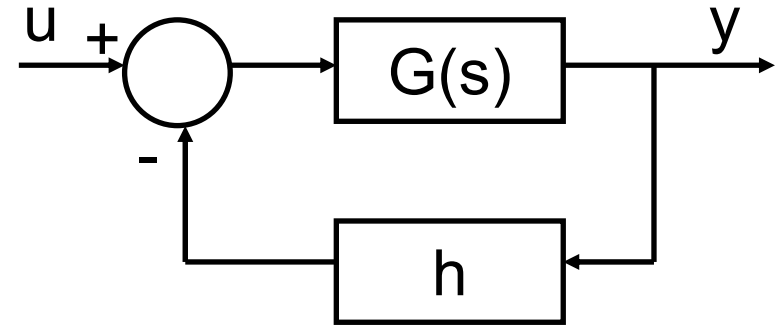
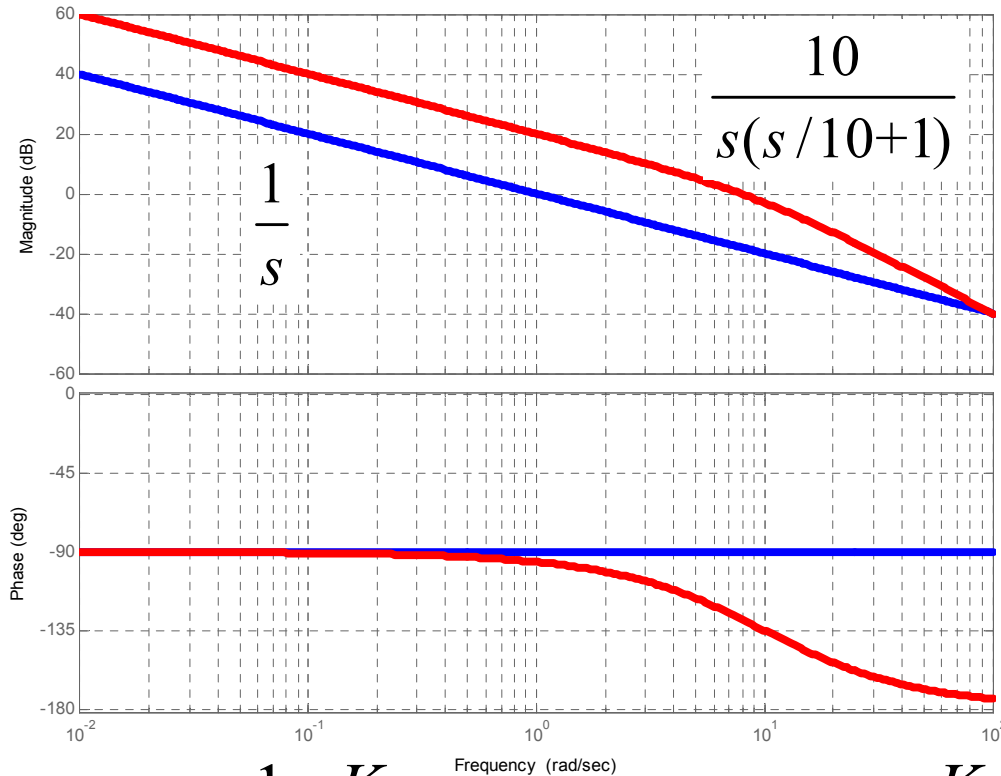
$$G(s) = \frac{1000}{(s+1)(10s+1)} \quad h = 0.1$$
$$W(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)h} = -\frac{S_H^W(s)}{h}$$



20dB=10

# L' INTEGRATORE COME ALTO GUADAGNO A BASSE FREQUENZE

Bode Diagram

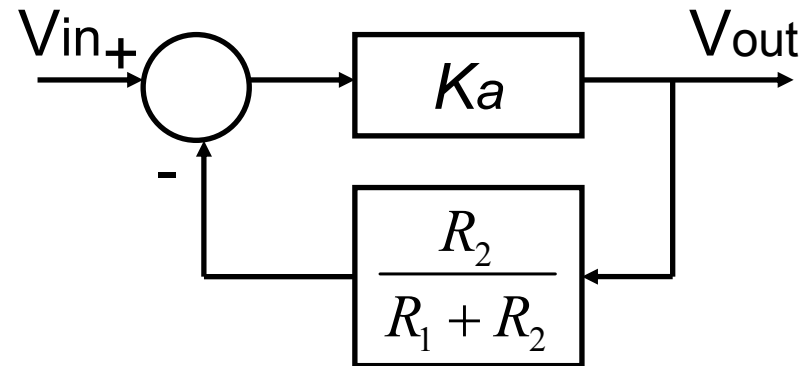
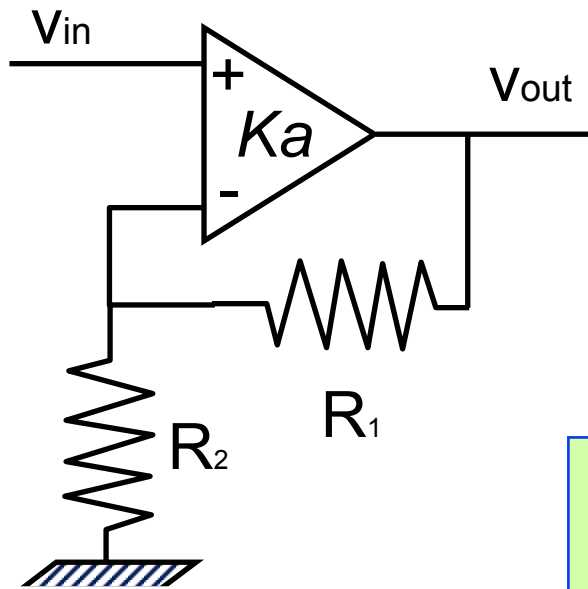


$$G(s) = \frac{1}{s} \frac{K_G}{1 + \tau s} \Rightarrow W(s) = \frac{K_G}{s(1 + \tau s) + K_G h}$$

Applicando un gradino ed usando il teorema del valore finale

$$U(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s W(s) U(s) = \frac{1}{h}$$

# AMPLIFICATORE OPERAZIONALE: ANALISI STATICA



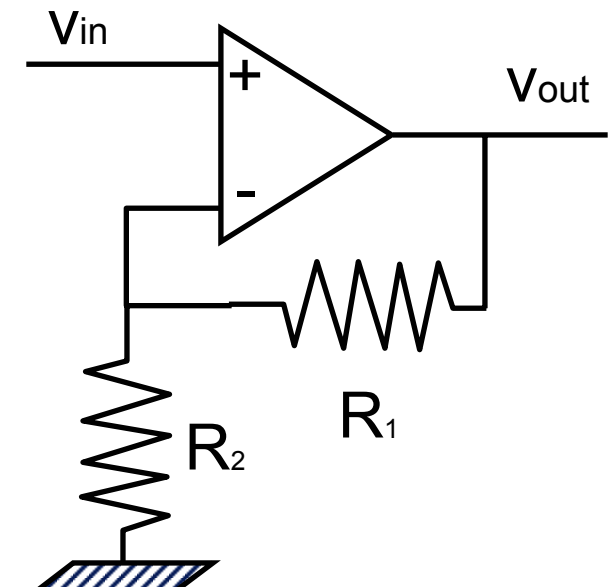
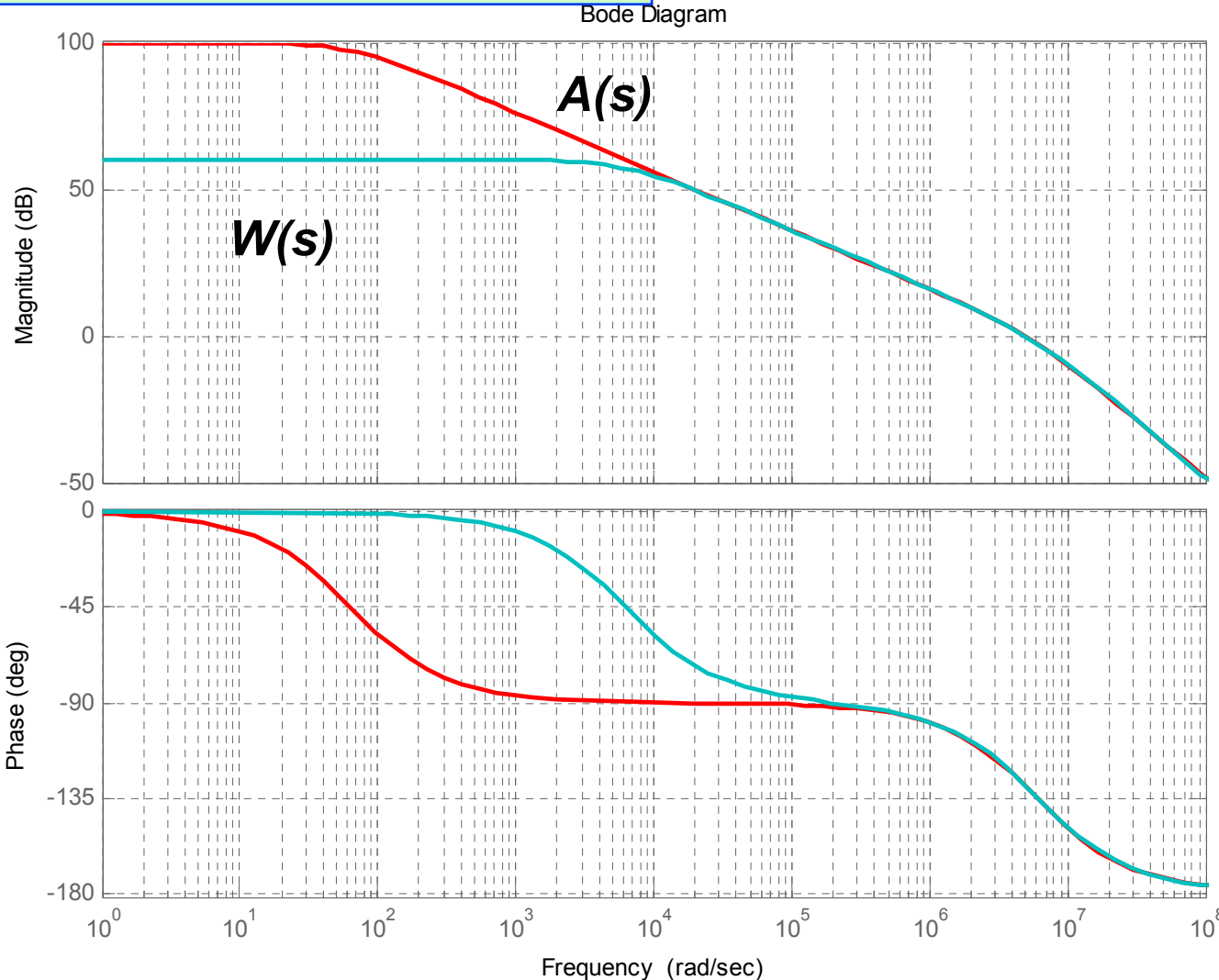
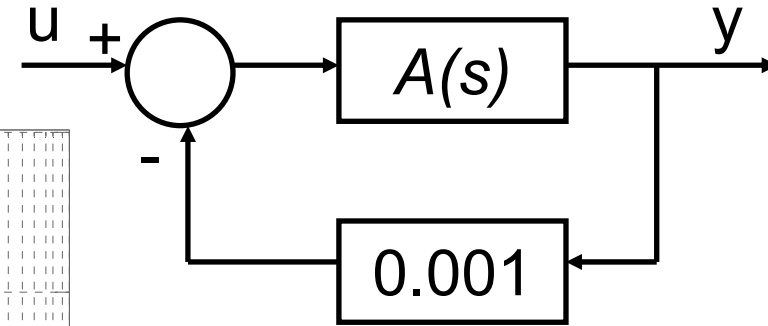
$$K_A \approx 10^5$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{K_a}{1 + K_a \frac{R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{K_a (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + K_a R_2} \rightarrow 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

# INFLUENZA SULLA BANDA PASSANTE

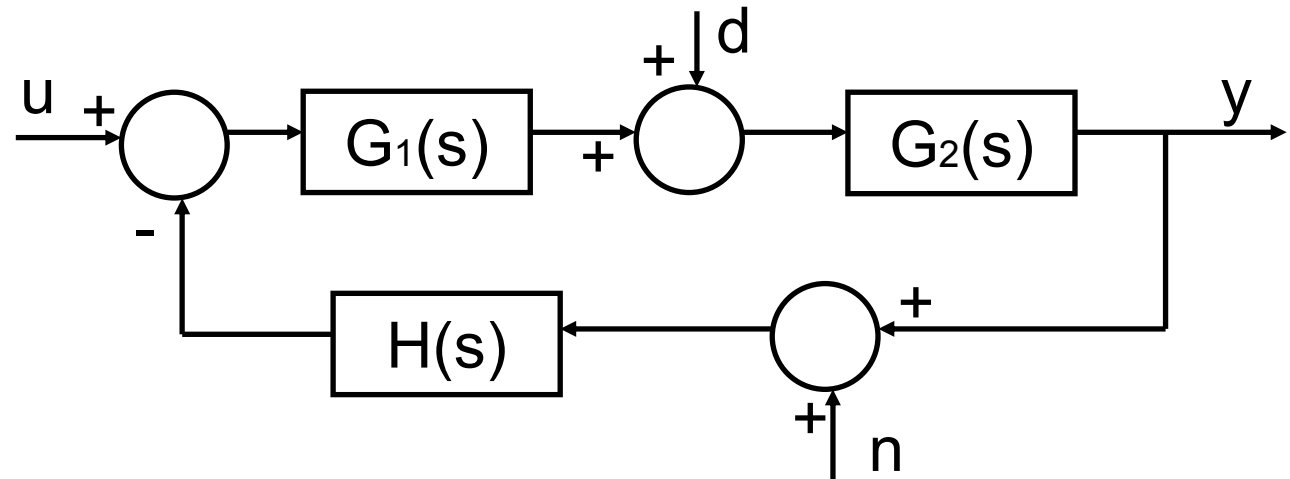
$$A(s) = \frac{10^5}{(s/0.0159+1)(s/6000000+1)}$$

Amplificatore Operazionale





# SENSIBILITÀ RISPETTO AI DISTURBI



$Y_d(s) = G_2(s)D(s)$  → Senza retroazione

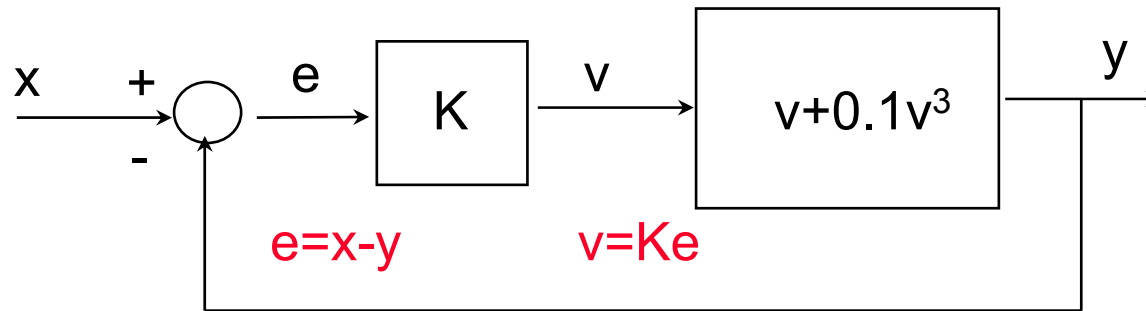
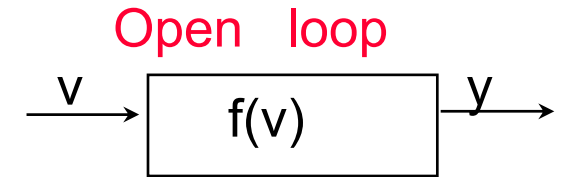
$Y_d(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} D(s) = S_G^W G_2(s)D(s)$  → Con retroazione:  
è piccola dove  $S_G^W$  è piccola

$Y_n(s) = -\frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} N(s) = S_H^W N(s)$  → Con retroazione:  
c'è poco da fare!

# LINEARIZZAZIONE OPERATA DALLA CONTROREAZIONE

Relazione lineare desiderata:  $y=x$

Relazione non lineare reale:  $y=v+0.1v^3=f(v)$



Closed loop:

$$K(x-y)+0.1K^3(x-y)^3 = y$$

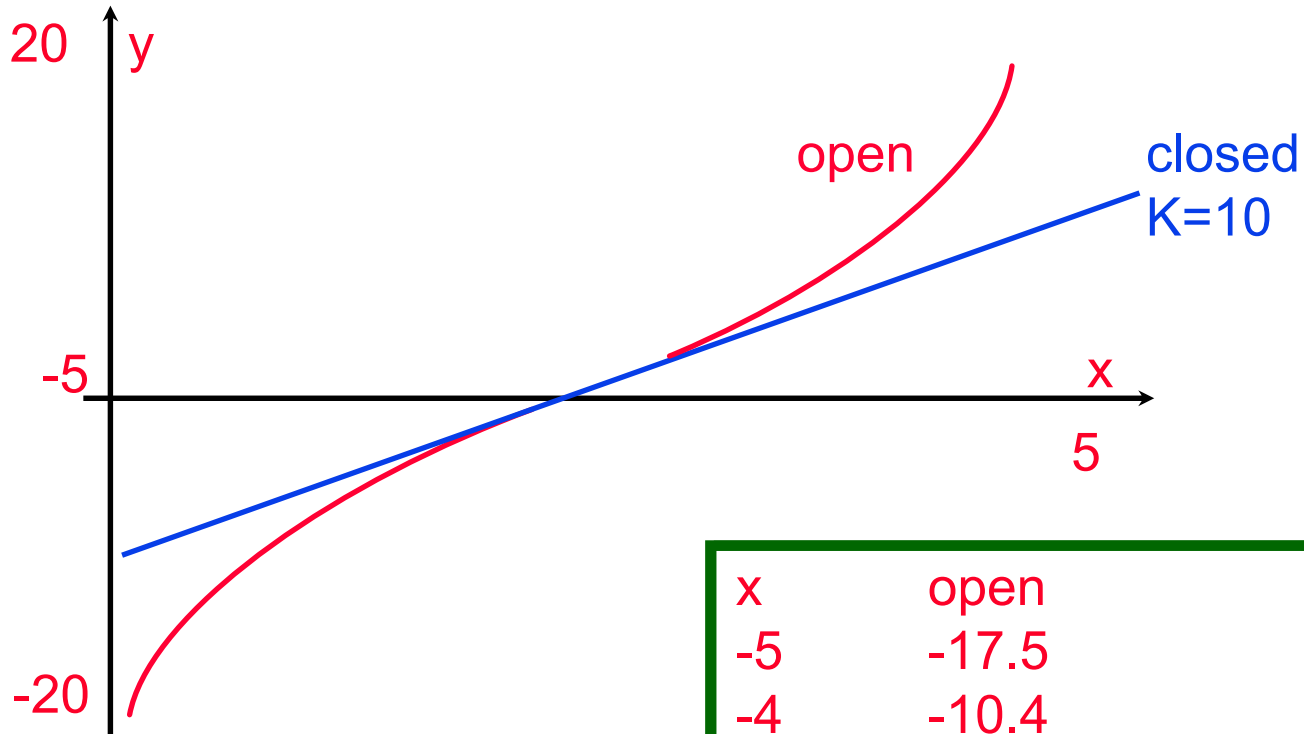
Risolvere  $(x-y)^3 + \frac{K(x-y)-y}{0.1K^3} = 0$

per  $K \rightarrow \infty$  si ha  $(x-y)^3=0 \rightarrow x=y !$

Altrimenti

$$y = x - \frac{1}{K} \sqrt[3]{\frac{K(x-y)-y}{0.1}}$$

Diminuisce quando  
K diminuisce



x	open	K=10	K=100
-5	-17.5	-4.73	-4.95
-4	-10.4	-3.76	-3.97
..	.....	.....	.....
..	.....	.....	.....
0	0	0	0
..	.....	.....	.....
+4	+10.4	+3.76	+3.97
+5	+17.5	+4.73	+4.95

# LINEARIZZAZIONE DI UN SISTEMA DINAMICO

$$Md^2\ddot{\theta} + Mgd \sin(\theta) = u(t)$$

Scegliamo un feedback con alto guadagno ( $\varepsilon$  piccolo):

$$u(t) = \frac{1}{\varepsilon}(v - \dot{\theta}) \Rightarrow Md^2\ddot{\theta} + Mgd \sin(\theta) = \frac{1}{\varepsilon}(v - \dot{\theta})$$

Abbiamo

$$\varepsilon Md^2\ddot{\theta} + \varepsilon Mgd \sin(\theta) = v - \dot{\theta}$$

e per  $\varepsilon$  che tende a zero rimane

$$v - \dot{\theta} = 0$$

ovvero

$$\dot{\theta} = v$$

