

Funzioni di ordine superiore

Prendono come argomento o riportano come valore una funzione

Il tipo di una funzione di ordine superiore ha più di una “freccia”

```
let rec sum f lower upper =  
  if lower > upper then 0  
  else f lower + sum f (lower +1) upper
```

Tipo di **sum**: **(int -> int) -> (int -> (int -> int))**

```
(* square : int -> int *)  
let square x = x*x
```

sum square: **int -> int -> int**
sum square 3: **int -> int**
sum square 3 5: **int**

sum square 3 5 = $\sum_{k=3}^5 k^2$

```
(* sumsquare : int -> int -> int *)  
let sumsquare = sum square
```

Funzioni di ordine superiore sulle liste

<http://caml.inria.fr/pub/docs/manual-ocaml/libref/List.html>

Abbiamo già incontrato

List.sort: ('a -> 'a -> int) -> 'a list -> 'a list

Iterators

List.map: ('a -> 'b) -> 'a list -> 'b list

List.iter: ('a -> unit) -> 'a list -> unit

List scanning

List.for_all: ('a -> bool) -> 'a list -> bool

List.exists: ('a -> bool) -> 'a list -> bool

List searching

List.find : ('a -> bool) -> 'a list -> 'a

List.filter: ('a -> bool) -> 'a list -> 'a list

Un esempio di applicazione di map

inits: 'a list -> 'a list list

inits lst = lista con tutti i segmenti iniziali di **lst**

Esempio: `inits [1;2;3;4] = [[1];[1;2];[1;2;3];[1;2;3;4]]`

Casi semplici: **inits []** =
inits [x] =

Un esempio di applicazione di map

inits: 'a list -> 'a list list

inits lst = lista con tutti i segmenti iniziali di **lst**

Esempio: `inits [1;2;3;4] = [[1];[1;2];[1;2;3];[1;2;3;4]]`

Casi semplici: **inits [] = []**
inits [x] = [[x]]

Caso generale: iniziamo a ragionare su un esempio:

```
inits [1;2;3;4]:
```

```
  sia L = inits [2;3;4] = [[2];[2;3];[2;3;4]]
```

```
  si deve applicare l'operazione "inserire 1 in testa a"  
  a tutti gli elementi di L, e aggiungere [1]
```

```
inits (x::rest) =
```

```
  se L = inits rest = [s1;...;sk]
```

```
  ==> [x] :: [x::s1; ....;x::sk]
```

Vai al codice

Rappresentazione di insiemi finiti: insieme delle parti

powerset: 'a list -> 'a list list

applicata a una lista L rappresentante un insieme S , riporta una lista con tutti i sottoinsiemi di S .

- Caso base: $L = [] \Rightarrow \text{powerset } L =$

Rappresentazione di insiemi finiti: insieme delle parti

powerset: 'a list -> 'a list list

applicata a una lista L rappresentante un insieme S , riporta una lista con tutti i sottoinsiemi di S .

- Caso base: $L = [] \Rightarrow \text{powerset } L = [[]]$
- Lista non vuota, ragioniamo su un esempio: $L = [1;2;3]$.

Per ipotesi (della ricorsione) si sa calcolare

$$\text{powerset } [2;3] = [[];[2];[3];[2;3]].$$

$$\begin{aligned}\text{powerset } [1;2;3] &= [[];[2];[3];[2;3]] @ [[1];[1;2];[1;3];[1;2;3]] \\ &= [[];[2];[3];[2;3]] @ [1::[]; 1::[2]; 1::[3]; 1::[2;3]]\end{aligned}$$

- Caso generale: $L = x::\text{rest}$
se $[S1;...;Sk]$ sono tutti i sottoinsiemi di **rest**:

$$\text{powerset } L = [S1;...;Sk] @ [x::S1;...;x::Sk]$$

Sottoproblema: operazione di inserimento di un elemento in testa a tutti gli elementi di una lista di liste:

```
(* cons : 'a -> 'a list -> 'a list *)  
let cons x rest = x::rest;;
```

```
List.map (cons x): 'a list list -> 'a list list
```

```
List.map (cons x) [lst1;lst2;...;lstn]  
  = [x::lst1; x::lst2;...; x::lstn]
```

Problema principale:

```
powerset []           ⇒ [[]]  
powerset (x::rest)   ⇒ (powerset rest)  
                    @ (List.map (cons x) (powerset rest))
```

Vai al codice

Prodotto cartesiano di due insiemi

cartprod: 'a list -> 'b list -> ('a * 'b) list

applicata a due insiemi (liste) **setA** e **setB**, riporta la lista di tutte le coppie **(x,y)**, con **x** \in **setA** e **y** \in **setB**.

Ricorsione sulla prima lista

- Caso base: **cartprod [] setB =**

Prodotto cartesiano di due insiemi

cartprod: 'a list -> 'b list -> ('a * 'b) list

applicata a due insiemi (liste) **setA** e **setB**, riporta la lista di tutte le coppie **(x,y)**, con **x** ∈ **setA** e **y** ∈ **setB**.

Ricorsione sulla prima lista

- Caso base: **cartprod [] setB = []**
- Caso generale: **setA = x::rest**

Per ipotesi (della ricorsione), si sa calcolare **cartprod rest setB**

Si devono aggiungere a questa lista tutte le coppie **(x,y)**, con **y** ∈ **setB**.

Sottoproblema: dato **x** e una lista **lst=[y1;...;yn]**, costruire la lista **[(x,y1);...;(x,yn)]**.

```
let pair x y = (x,y)
    pair: 'a -> 'b -> ('a * 'b)
    pair x:      'b -> ('a * 'b)
    List.map (pair x): 'b list -> ('a * 'b) list
cartprod (x::rest) set ⇒ (List.map (pair x) set) @ cartprod rest set
```

Vai al codice

Altre utili funzioni del modulo List

<http://caml.inria.fr/pub/docs/manual-ocaml/libref/List.html>

List.rev_map : ('a -> 'b) -> 'a list -> 'b list

List.rev_map f lst = List.rev (List.map f lst)

List.find: ('a -> bool) -> 'a list -> 'a

List.partition: ('a -> bool) -> 'a list -> 'a list * 'a list

List.fold_left : ('a -> 'b -> 'a) -> 'a -> 'b list -> 'a

List.fold_left f a [b1; ...; bn] = f (... (f (f a b1) b2) ...) bn.

```
(* sumof : int list -> int *)
```

```
(* sumof [x1; ...; xk] = x1 + ... + xk *)
```

```
let sumof = List.fold_left (+) 0
```

List.fold_right : ('a -> 'b -> 'a) -> 'a -> 'b list -> 'a

List.fold_right f [a1; ...; an] b = f a1 (f a2 (... (f an b) ...)).

Il codice morse

A	· —	N	— · ·	1	· — — — —
B	— · · ·	O	— — —	2	· · — — —
C	— · — ·	P	· — — ·	3	· · · — —
D	— · ·	Q	— — · —	4	· · · · —
E	·	R	· — ·	5	· · · · ·
F	· · — ·	S	· · ·	6	— · · · ·
G	— — ·	T	—	7	— — · · ·
H	· · · ·	U	· · —	8	— — — · ·
I	· ·	V	· · · —	9	— — — — ·
J	· — — —	W	· — —	0	— — — — —
K	— · —	X	— · · —		
L	· — · ·	Y	— · — —		
M	— —	Z	— — · ·		