Logica per l'Informatica – Febbraio 2019

1. Sia S l'insieme contenente le seguenti clausole:

   $$\begin{array}{llll} (1) & \neg p(x,y) \vee \neg p(a,z) \vee \neg q(y,z) & (2) & p(x,f(x)) \\ (3) & q(x,y) \vee \neg q(y,x) & (4) & \neg p(x,y) \vee \neg p(y,z) \vee q(x,z) \end{array}$$

   (dove x, y, z sono variabili e a è una costante). Derivare da S la clausola vuota mediante risoluzione SLD, specificando la regola di calcolo utilizzata e indicando ad ogni passaggio la sostituzione applicata. Costruire alla fine la sostituzione di risposta che si ottiene dalla derivazione.

2. Una funzione parziale f definita sull'insieme finito di elementi $\{x_1, \ldots, x_n\}$ e tale che, per $i \in \{1, \ldots, n\}$, $f(x_i) = v_i$ si può rappresentare mediante una lista di coppie `[(`x_1, v_1`),...,(`x_n, v_n`)]`. Definire un predicato Prolog `assoc(?X,+Lista,?V)` vero se il valore di `X` secondo la funzione parziale rappresentata da `Lista` è `V`. Se `X` e/o `V` non sono istanziati, il backtracking fornirà tutti i valori che rendono vero il predicato. Ad esempio, per il goal `assoc(X,[(b,2),(a,1),(c,3),(d,2)],2)`, il Prolog darà le soluzioni (i) `X = b` e (ii) `X = d`. Per il goal `assoc(X,[(b,2),(a,1)],V)` le soluzioni fornite saranno: (i) `X = b, V = 2` e (ii) `X = a, V = 1`.

3. Sviluppare un tableau completo per l'insieme $S = \{\neg p \vee \Box q,\ \Diamond p\}$. Identificare l'insieme $f_{\Diamond p}$ dei nodi di accettazione di $\Diamond p$ e caratterizzare i cammini aperti del tableau. Rappresentare graficamente un automa di Büchi $\mathcal{A}$ che accetti tutti e solo i modelli di S. Nel tableau numerare i nodi e utilizzare la stessa numerazione nella rappresentazione dell'automa.

   Determinare, infine, un'esecuzione di accettazione ρ dell'automa $\mathcal{A}$ e una parola $\mathcal{M}$ letta da ρ (quindi accettata da $\mathcal{A}$).

4. Si consideri l'automa di Büchi generalizzato $\mathcal{A}$ definito come segue:

   $S = \{A, B, C, D, E\}$
   $\Delta = \{\langle A, B\rangle, \langle B, B\rangle, \langle B, D\rangle, \langle C, A\rangle, \langle C, E\rangle, \langle D, D\rangle, \langle D, C\rangle, \langle E, D\rangle\}$
   $I = \{A, C\}$
   $F = \{f_1, f_2\}$, dove $f_1 = \{D\}$ e $f_2 = \{B, E\}$
   $\Sigma = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon\}$
   $L(A) = \alpha, L(B) = \beta, L(C) = \gamma, L(D) = \delta, L(E) = \epsilon$

   (a) Si consideri la parola $\pi = \alpha\,\beta\,\beta\,\delta^\omega$ (cioè $\alpha\,\beta\,\beta\,\delta\,\delta\,\delta\ldots$). Esiste un'esecuzione ρ di $\mathcal{A}$ che legge la parola π? In caso di risposta negativa, spiegare perché; in caso di risposta affermativa, descrivere l'esecuzione ρ e determinare se (i) ρ è l'unica esecuzione che legge π oppure no, e se (ii) ρ è un'esecuzione di accettazione o no, motivando le risposte. Concludere stabilendo se la parola π appartiene o no al linguaggio di $\mathcal{A}$.

   (b) Rappresentare graficamente l'automa $\mathcal{A}$ e costruire, dandone la rappresentazione grafica, un automa semplice $\mathcal{B}$ equivalente ad $\mathcal{A}$. Verificare se per l'automa $\mathcal{B}$ le risposte date al punto precedente per la parola π sono le stesse.