Logica per l'Informatica – Settembre 2019

1. Definire un predicato Prolog `complemento(+Set,+Subset,-C)` che – assumendo che `Set` e `Subset` siano liste senza ripetizioni – abbia successo quando `C` è una lista che rappresenta il complemento di `Subset` rispetto a `Set`. Il predicato fallisce se `Subset` contiene qualche elemento che non appartiene a `Set`. Ad esempio, `complemento([1,2,3,4,5,6],[2,4,6],C)` avrà successo istanziando `C` alla lista `[1,3,5]` (o una sua permutazione), mentre `complemento([1,2,3,4,5,6],[2,4,7],C)` fallisce.

   Suggerimento: definire il predicato per ricorsione su `Subset`. Può essere utile fare ricorso al predicato predefinito `select(?Elem,?List,?Newlist)` che ha successo quando `Newlist` è uguale alla lista che si ottiene da `List` eliminando un'occorrenza di `Elem`. Il predicato fallisce se `Elem` non occorre in `List`.

2. Dimostrare mediante risoluzione che:

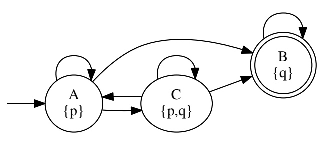
$$\forall x\,(\underbrace{p(x) \wedge \exists y\,(q(y) \wedge r(y) \wedge s(x,y))} \rightarrow \underbrace{t(x)}),$$
$$\neg\forall x\,(\underbrace{p(x) \wedge \exists y\,(q(y) \wedge s(x,y))} \rightarrow \underbrace{t(x)}) \quad \vdash_{Res} \exists x\,(q(x) \wedge \neg r(x))$$

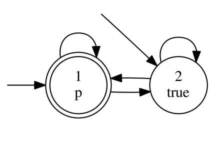
   (attenzione nel leggere le parentesi – i quantificatori $\forall x$ dominano tutto il resto della rispettiva formula, e gli argomenti delle due implicazioni sono evidenziati). Dopo aver costruito l'insieme di clausole per la dimostrazione (mostrandone tutti i passaggi), spiegare perché la risoluzione SLD è completa per l'insieme di clausole ottenute, ed applicarla per derivare la clausola vuota (indicando ad ogni passaggio la sostituzione applicata). Costruire infine la sostituzione di risposta che si ottiene dalla dimostrazione.

3. Sia $F = \Diamond(p \wedge \bigcirc\neg p)$ e $G = \Box F$. Costruire un tableau completo per la formula G (si noti che $G = \Box\Diamond(p \wedge \bigcirc\neg p)$). Identificare l'insieme f_F dei nodi di accettazione di F e caratterizzare i cammini aperti del tableau. Rappresentare graficamente un automa di Büchi $\mathcal{A}$ che accetti tutti e solo i modelli di G. Nel tableau numerare i nodi e utilizzare la stessa numerazione nella rappresentazione dell'automa.

   Determinare, infine, un'esecuzione di accettazione ρ dell'automa $\mathcal{A}$ e una parola $\mathcal{M}$ letta da ρ (quindi accettata da $\mathcal{A}$).

4. Si consideri il sistema rappresentato dall'automa a sinistra, sul linguaggio proposizionale $\{p, q\}$, e la specifica $\Diamond\Box\neg p$, la cui negazione è rappresentata dall'automa a destra. Dimostrare che il sistema soddisfa la specifica.





   (Attenzione: nell'automa del sistema occorre rietichettare gli stati con *formule*). Il sistema soddisferebbe ancora la specifica se si rimuovesse il vincolo di fairness dal sistema? Motivare la risposta.