Logica per l'Informatica – Febbraio 2021

1. Sia F la formula $\exists x(p(x) \to \forall y(q(y) \to r(x,y)))$ e $\mathcal{M}$ l'interpretazione con $D = \{0,1\}$, $\mathcal{M}(p) = \{0\}$, $\mathcal{M}(q) = \{1\}$ e $\mathcal{M}(r) = \emptyset$. Verificare, utilizzando soltanto la definizione della relazione $\models$ (e non equivalenze logiche note) se $\mathcal{M}$ è un modello di F oppure no.

   Ritenete che la formula F sia una rappresentazione adeguata della frase "esiste un p che e' nella relazione r con ogni q"? In caso affermativo, giustificare la risposta, altrimenti scrivere una formula alternativa G per la sua rappresentazione.

2. Trasformare in forma a clausole la formula

$$(\forall x\, p(x) \vee \exists x \forall y\, q(x,y)) \to \forall x \exists y\, r(x,y)$$

   mostrando tutti i passaggi della trasformazione.

3. Sviluppare un tableau completo per la formula $F = \Box(p \wedge \Diamond\neg q)$. Identificare l'insieme $f_{\Diamond\neg q}$ dei nodi di accettazione di $\Diamond\neg q$ e caratterizzare i cammini aperti del tableau. Rappresentare graficamente un automa di Büchi $\mathcal{A}$ che accetti tutti e solo i modelli di F. Nel tableau numerare i nodi e utilizzare la stessa numerazione nella rappresentazione dell'automa.

   Determinare, infine, un'esecuzione di accettazione ρ dell'automa $\mathcal{A}$ e una parola $\mathcal{M}$ letta da ρ (quindi accettata da $\mathcal{A}$).

4. Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ gli automi sullo stesso alfabeto $\Sigma = 2^{\{p\}}$, le cui altre componenti sono specificate come segue:

$S_{\mathcal{A}} = \{1,2,3\}$	$S_{\mathcal{B}} = \{A,B\}$
$I_{\mathcal{A}} = \{1,2\}$	$I_{\mathcal{B}} = \{A,B\}$
$\Delta_{\mathcal{A}} = \{(1,1),(1,2),(2,3),(3,3)\}$	$\Delta_{\mathcal{B}} = \{(A,A),(A,B),(B,B)\}$
$F_{\mathcal{A}} = \{2,3\}$	$F_{\mathcal{B}} = \{B\}$
$L_{\mathcal{A}}(1) = L_{\mathcal{A}}(3) = \top,\ L_{\mathcal{A}}(2) = \neg p$	$L_{\mathcal{B}}(A) = \top,\ L_{\mathcal{B}}(B) = p$

   Rappresentare graficamente i due automi $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$. Costruire l'automa intersezione $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$ e determinare se il suo linguaggio è vuoto oppure no (giustificando la risposta).

   Se l'automa $\mathcal{A}$ rappresentasse un sistema e $\mathcal{B}$ la negazione di una formula F, si potrebbe concludere che dunque il sistema soddisfa o non soddisfa la specifica rappresentata da F?