Logica per l'Informatica – Settembre 2021

1. Si considerino:

   - la formula $F = \exists x(p(x) \to \forall y(q(y) \to r(x, y)))$;
   - l'interpretazione $\mathcal{M}$ con $D = \{0\}$, $\mathcal{M}(p) = \mathcal{M}(q) = \mathcal{M}(r) = \emptyset$;
   - l'affermazione (informale) $A =$"esiste un p che è nella relazione r con ogni q".

   (a) Intuitivamente, l'affermazione A è vera o falsa in $\mathcal{M}$? Perché?
   (b) Verificare formalmente se $\mathcal{M} \models F$ oppure no.
   (c) La formula F è una rappresentazione adeguata dell'affermazione A? Nel caso in cui non lo sia, scrivere una formula G che invece rappresenti adeguatamente A.

2. Descrivere la strategia di risoluzione SLD, specificando in particolare:

   (a) quale caratterstiche deve avere un insieme di clausole perché la strategia sia completa per esso;
   (b) la regola di risoluzione SLD;
   (c) che cos'è una "regola di calcolo", e darne un esempio;
   (d) come si costruisce la sostituzione di risposta di una refutazione SLD.

3. Costruire un tableau completo per la formula $F = \Box(p \vee \Diamond\neg q)$, identificare l'insieme dei nodi di accettazione di $\Diamond\neg q$ e caratterizzare i cammini aperti del tableau. Rappresentare graficamente un automa di Büchi $\mathcal{A}$ che accetti tutti e solo i modelli di F. Nel tableau numerare i nodi e utilizzare la stessa numerazione nella rappresentazione dell'automa.

   Determinare, infine, un'esecuzione di accettazione ρ dell'automa $\mathcal{A}$ e una parola $\mathcal{M}$ letta da ρ (quindi accettata da $\mathcal{A}$).

4. Siano dati gli automi $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sullo stesso alfabeto, costituito dall'insieme di tutti i sottoinsiemi di $P = \{p, q\}$ e le cui altre componenti sono specificate come segue:

$S_{\mathcal{A}} = \{a, b, c\}$	$S_{\mathcal{B}} = \{1, 2\}$
$\Delta_{\mathcal{A}} = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, b\rangle, \langle b, c\rangle, \langle c, a\rangle\}$	$\Delta_{\mathcal{B}} = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle\}$
$I_{\mathcal{A}} = \{a, b\}$	$I_{\mathcal{B}} = \{1, 2\}$
$F_{\mathcal{A}} = \{a\}$	$F_{\mathcal{B}} = \{1\}$
$L_{\mathcal{A}}(a) = \emptyset,\ L_{\mathcal{A}}(b) = \{p\},\ L_{\mathcal{A}}(c) = \{q\}$	$L_{\mathcal{B}}(1) = p \wedge \neg q,\ L_{\mathcal{B}}(2) = \top$

   Rappresentare graficamente gli automi $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ e dimostrare formalmente che il sistema rappresentato dall'automa $\mathcal{A}$ soddisfa la specifica la cui negazione è rappresentata dall'automa $\mathcal{B}$.

   Attenzione: si osservi che gli stati dell'automa $\mathcal{A}$ sono etichettati da insiemi di atomi (non da formule), e devono dunque essere inizialmente rietichettati.